

Proposition de Sujet de Thèse pour Contrat Doctoral UCA

Adresse e-mail à utiliser pour toute correspondance :

hoering@unice.fr

Titre de la thèse

Vers le théorème de contraction en dimension supérieure

Thesis Title

Towards the contraction theorem in higher dimension

Directeur de Thèse (HDR ou assimilé)

Nom : Höring

Prénom : Andreas

Téléphone : 0492076200

Courriel : hoering@unice.fr

Laboratoire d'accueil

LJAD

Co-directeur

Nom :

Prénom :

HDR :

Unité de recherche :

Téléphone :

Courriel :

Domaine Scientifique

DS1 - Mathématiques et leurs Interactions

Description du sujet

Soit X une variété compacte Kählerienne qui n'est pas couverte par des courbes rationnelles. Le programme des modèles minimaux prédit que X a un modèle bimerorphe X' tel que la classe canonique $K_{X'}$ est nef (moralement donc semi-positif). L'existence des modèles minimaux est connu dans beaucoup de situations si X est une variété projective et pour des variétés kähleriennes de dimension trois (travaux récents de Höring-Peternell). Une première étape vers l'existence de modèles minimaux est de montrer le théorème de contraction :

si K_X n'est pas nef, alors il existe un morphisme bimerorphe, non isomorphe $X \rightarrow Y$ tel que $-K_X$ est ample sur les fibres.

Ce morphisme élimine donc une obstruction géométrique à la semi-positivité de K_X , conjecturalement le modèle minimal s'obtient par une suite finie de telles contractions (et leurs flips). L'existence des contractions est connue en toute généralité pour les variétés projectives, mais la preuve pour les variétés kähleriennes de dimension trois utilise des arguments ad-hoc qui ne s'appliquent pas en dimension supérieure. Le but principal de ce projet de thèse est de montrer l'existence d'une contraction pour les variétés compactes kähleriennes lisses de dimension quatre. Ceci demande de nouvelles méthodes et idées, on peut espérer que la preuve indiquera une stratégie générale pour le théorème de contraction en dimension arbitraire.

Description of the thesis

Let X be a compact Kähler manifold which is not covered by rational curves. The minimal model program MMP predicts that X has a bimeromorphic model X' such that the canonical class $K_{X'}$ is nef (so morally it is semi-positive). The existence of minimal models is known in many situations if X is a projective manifold and for Kähler manifolds of dimension three (recent work of Höring-Peternell). A first step towards the existence of minimal models is to show the contraction theorem:

if K_X is not nef, there exists a morphism $X \rightarrow Y$ that is bimeromorphic, but not isomorphic and $-K_X$ is ample on the fibers.

This morphism eliminates part of the geometric obstruction for the semi-positivity of K_X , conjecturally the minimal model is obtained by a finite sequence of such contractions (and their flips). The existence of contractions is known in full generality for projective varieties, but the proof for Kähler threefolds uses ad-hoc arguments that do not apply in higher dimensions. The main goal of this PhD project is to show the existence of a contraction for smooth compact Kähler manifolds of dimension four. This requires new methods and ideas, one can hope that the proof will indicate a general strategy for the contraction theorem in arbitrary dimension.

Informations complémentaires