

Proposition de Sujet de Thèse pour Contrat Doctoral UCA

Adresse e-mail à utiliser pour toute correspondance :

hoering@unice.fr

Titre de la thèse

Variétés rationnellement connexes à diviseur anticanonique nef

Thesis Title

Rationally connected threefolds with nef anticanonical divisor

Directeur de Thèse (HDR ou assimilé)

Nom : Höring

Prénom : Andreas

Téléphone : 0492076200

Courriel : hoering@unice.fr

Laboratoire d'accueil

LJAD

Co-directeur

Nom :

Prénom :

HDR :

Unité de recherche :

Téléphone :

Courriel :

Domaine Scientifique

DS1 - Mathématiques et leurs Interactions

Description du sujet

Soit X une variété complexe projective. On dit que X est Fano si le diviseur anticanonique $-K_X$ est ample. La classification des variétés de Fano de dimension par Mori et Mukai était une des premières applications du MMP avec un nombre impressionnant d'applications.

Ce sujet de thèse concerne la classification des variétés projectives avec un diviseur anticanonique nef. Cette classe est une généralisation naturelle des variétés de Fano, mais ses propriétés les plus basiques ne sont pas connues. Récemment Cao et Höring ont montré que le revêtement universel est un produit d'un espace affine, de variétés de Calabi-Yau, de variétés Hyperkähleriennes et d'une variété rationnellement connexe.

En vue de ce résultat le cas le plus intéressant est quand la variété X est rationnellement connexe, c'est aussi le cas le plus difficile ! Le cas des surfaces est classique, mais en dimension trois on est loin de pouvoir énoncer une classification analogue à la liste de Mori-Mukai. Le but de ce projet de thèse est de préparer le terrain pour une classification en étudiant des propriétés liées à la question fondamentale suivante :

Est-ce qu'il y a seulement un nombre fini de familles de déformation de variétés rationnellement connexes à diviseur anticanonique nef ?

Une réponse positive indiquerait qu'on peut, en principe, établir une liste complète et finie de variétés de ce type. Une stratégie naturelle pour étudier cette question est de considérer des paires log Calabi-Yau (X, Δ) où Δ est un diviseur effectif \mathbb{Q} -linéairement équivalent au diviseur anticanonique $-K_X$. Si la paire (X, Δ) est klt, di Cerbo et Svaldi ont récemment montré plusieurs résultats de finitude birationnelle. Donc la question se réduit à trouver des diviseurs effectifs D dans $|-m K_X|$ et de décider s'ils sont suffisamment lisses. La première étape de la thèse est donc de décrire les singularités d'un diviseur général pluri-anticanonique.

Description of the thesis

Let X be a complex projective manifold. We say that X is a Fano manifold if the anticanonical divisor $-K_X$ is ample. The classification of three-dimensional Fano manifolds by Mori and Mukai is one of the first achievements of the minimal model program MMP with an impressive number of applications.

This thesis subject concerns the classification of projective manifolds with an anticanonical divisor $-K_X$ that is nef. This class of varieties is a natural generalisation of Fano manifolds, but many of its most basic properties are completely unknown. Recently, Cao and Höring have shown a decomposition theorem for these manifolds: the universal cover of X decomposes as a product of an affine space, Calabi-Yau manifolds, Hyperkähler manifolds, and a rationally connected manifold.

In view of this result the most interesting case is when the manifold X is rationally connected,

it is also the most difficult one! The surface case is classical, but in dimension three we are far from

being able to state a classification analogous to the Mori-Mukai list.

The goal of this thesis project is to prepare the ground for a classification by studying several properties related to the following fundamental question::

Are there (maybe up to birational equivalence) only finitely deformation families of rationally connected threefolds with nef anticanonical bundle?

A positive answer to this (birational) boundedness problem would indicate that one can, in principle, establish a complete and finite list of varieties of this type.

A natural strategy for studying this question is to consider log Calabi-Yau pairs (X, Δ) , where Δ is an effective divisor \mathbb{Q} -linearly equivalent to the anticanonical divisor $-K_X$. If the pair (X, Δ) is klt, di Cerbo and Svaldi have recently established several results on birational boundedness. The question thus boils down to studying if we can find

effective divisors D in $|-m K_X|$ and if they are sufficiently well behaved. Thus the first step will be to

describe the singularities of a general divisor D in the pluri-anticanonical system $|-m K_X|$.

Informations complémentaires